INTERPOLACIÓN Y EXTRAPOLACIÓN ÓPTIMA DE FUNCIONES ALEATORIAS

Trabajos Clásicos:

- Kolmogorov A.N. (**1941**): Interpolación y extrapolación de secuencias aleatorias estacionarias. Izvestia Academia de Ciencias de la URSS, Serie Matemática, Vol 5, No 1.
- Wiener N. (**1964**): Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series, Mit Press, 176 p.

$$Dado\ X(t)\ para\ los\ momentos\ t_1,\ t_2, \dots, t_n\ (t_1 < t_2 < \dots, < t_n)$$

Supondremos (sin pérdida de generalidad) que $E[X(t)] = 0 \Longrightarrow$

$$X(t_n + T) = \sum_{k=1}^{n} a_k X(t_k) \tag{1}$$

Aquí: a_k Coeficientes constantes; T – prelación del pronóstico.

La tarea consiste en encontrar $a_1, a_2, \dots, a_n$ Tales que:

$$\sigma^2(a_1, a_2, \dots, a_n) = E\left\{\left[X(t_n + T) - \sum_{k=1}^{n} a_k X(t_k)\right]^2\right\} \tag{2}$$

Esto significa que $a_1, a_2, \dots, a_n$ son las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial \sigma^2(a_1, a_2, \dots, a_n)}{\partial a_k} = 0; k = 1,2, \dots, n \tag{3}$$

Reformulando (2) cómo:

$$\sigma^2(a_1, a_2, \dots, a_n) = E\left\{\left[X(t_n + T) - \sum_{k=1}^{n} a_k X(t_k)\right]^2\right\}$$

$$= E\left[X(t_n + T)^2 - 2\sum_{k=1}^{n} a_k\, E[X(t_n + T)X(t_k)]\right.$$

$$\left. + \sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_k a_j E\big[X(t_k)X(t_j)\big]\right] \tag{4}$$

$$= R_x(0) - 2\sum_{k=1}^{n} a_k\, R_x(t_n + T - t_k) + \sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_k a_j R_x(t_k - t_j)$$

Tomando las derivadas parciales de (4) por cada coeficiente a_k e igualándolas a cero se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$R_x(t_n + T - t_k) - \sum_{k=1}^{n} a_j R_x\left(t_k - t_j\right) = 0;\ k = 1,2,\ldots,n; j = 1,2,\ldots,n \qquad (5)$$