

INTRODUCCIÓN A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Por: Efraín Antonio DOMINGUEZ CALLE
Ing. Hidrólogo, M.Sc. Ecología Hidrometeorológica
Ph.D. en Ciencias Técnicas
Página web: <http://mathmodelling.google.com>
e-mail: e.dominguez@javeriana.edu.co

4. Criterios de evaluación del desempeño de los modelos matemáticos.

Un modelo sin validar (véase parágrafo 3.7.) es una herramienta inútil, que no permite hacer conclusiones validas para apoyar los procesos de toma de decisiones. La validación consiste en la comparación de los resultados obtenidos en la simulación con el modelo matemático y los observados en la realidad. Existen, además del control visual de los resultados, criterios objetivos para evaluar la bondad de ajuste de los datos simulados contra los valores observados. La objetividad de estos criterios consiste en que además de ser medibles cuantitativamente cada uno de ellos tiene valores críticos que definen en que caso la bondad de ajuste es suficiente y en cuales no.

4.1. Criterio del Centro Hidrometeorológico de Rusia (S/σ_{Δ})

Si se simboliza a los valores reales como Q_i^r y a los modelados con Q_i^m , entonces es posible simbolizar los incrementos de los valores reales como:

$$\Delta_i = Q_i^r - Q_{i-1}^r. \quad (1)$$

El incremento medio será entonces:

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i. \quad (2)$$

Aquí n – representa el número de pronósticos evaluados. A su vez: la desviación estándar de los incrementos de los valores reales σ_{Δ} se determina con la ecuación:

$$\sigma_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_i - \bar{\Delta})^2}{n-1}} \quad (3)$$

La desviación estándar de los errores de los pronósticos se establece de la siguiente forma:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_i^r - Q_i^m)^2}{n-1}} \quad (4)$$

Observando las ecuaciones (1), (2), (3) y (4) se deduce que el criterio S/σ_{Δ} relaciona la desviación estándar de los incrementos de la magnitud pronosticada con la desviación de los errores de pronóstico, exigiendo que la variabilidad de los errores cometidos en los pronósticos no supere la variabilidad de los incrementos de las afluencias. En conclusión, la relación S/σ_{Δ} mide la habilidad que tiene la metodología de pronóstico para superar al “pronóstico por inercia”, de ningún modo describe el nivel de error que se pueda cometer en los pronóstico. Por esto, adicionalmente se evalúa el porcentaje de pronósticos acertados, el cual en caso de ser igual o mayor al 80% demostraría una bondad de ajuste muy buena, mientras que si el porcentaje de aciertos se encuentra entre el 60 y 79% esta se cataloga como satisfactoria y para los casos en que es menor del 60% inaceptable. Para determinar el porcentaje de pronosticos acertados se debe determinar el error máximo Δ_{\max} permitido para cada pronóstico, este se puede definir como: $\Delta_{\max} = 0,674\sigma_{\Delta}$. Este Δ_{\max} fue propuesto por el Centro Hidrometeorológico de Rusia (CHR), pero el Δ_{\max} también puede ser dictado por las necesidades del sector usuario que requiere de los pronósticos hidrológicos. Por ejemplo el Subcomité Hidrológico y de Plantas Eléctricas (SHPE) de Colombia establece que el error máximo permitido para los pronósticos de afluencias mensuales no debe superar el 30% (ISA, 2001). Finalmente, para determinar si un modelo matemático esta validado se exige que: $S/\sigma_{\Delta} \leq 0,8$. Para el pronóstico

perfecto $S/\sigma_{\Delta} = 0$, una buena validación cumple con $S/\sigma_{\Delta} \leq 0.50$ y una satisfactoria con $0.51 \leq S/\sigma_{\Delta} \leq 0.80$. Sí $S/\sigma_{\Delta} > 0,8$ la parametrización del modelo se debe repetir.

4.2. Criterio de Información Bayesiano (BIS)

Este criterio toma en cuenta el error promedio absoluto de la modelación y su desviación estandar (NOAA, 1999)

$$\bar{\Delta}_m = \frac{\sum_{i=1}^n |Q_i^m - Q_i^r|}{n-1} \quad (5)$$

$$\sigma_{\Delta m} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n |Q_i^m - Q_i^r| - \bar{\Delta}_m}{n-1}} \quad (6)$$

El BIS también toma en cuenta la relación entre el predictor y la variable pronosticada a través del coeficiente de regresión “a” y no deja de lado la variabilidad de la magnitud pronosticada dado que utiliza su desviación estándar de modo que:

$$SC = \frac{\sigma_{\Delta m}}{a} \quad (7)$$

$$BIS = \frac{1}{\sqrt{\frac{SC^2}{\sigma_Q} + 1}} \quad (8)$$

Sí el modelo matemático produce pronósticos perfectos entonces $BIS = 0$, para una validación satisfactoria es necesario que se cumpla la siguiente desigualdad:

$$BIS \geq 0,80 \quad (9)$$

