MODELACIÓN MATEMÁTICA

Una introducción al método

Profesor: Efraín Antonio DOMÍNGUEZ CALLE, Ph.D.
Página Web: http://mathmodelling.googlepages.com
e-mail: e.dominguez@javeriana.edu.co

COMPLEMENTO AL TRABAJO EN CLASE NO 1: CLASIFICACIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS

Para los siguientes modelos matemáticos

I. Explique los componentes, según el esquema general de un modelo matemático.

II. Clasifíquelos.

1) Atractor extraño de Lorenz

El sistema de LORENZ fue propuesto como un modelo simplificado para la simulación del clima. Modela la convección en forma de anillos haciendo seguimiento a tres variables:

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x);$$
$$\frac{dy}{dt} = rx - y - xz;$$
$$\frac{dz}{dt} = xy - bz.$$

Donde σ es el número de PRANDTL (viscosidad/conductividad térmica), r es el número de RAYLEIGH (John STRUTT) (diferencia de temperatura entre base y tope) y b es la razón entre la longitud y altura del sistema. Las tres magnitudes a las que LORENZ se refiere en su sistema son: x - razón de rotación del viento (velocidad); y - temperatura y anomalía de la temperatura de su valor de equilibrio.

2) Modelo predador presa 2D

A continuación se analiza la convivencia de dos especies que interactúan de la forma depredador – presa. El modelo matemático para simular el comportamiento de estos sistemas por primera vez fue propuesto por A. Lotka en 1925.

Donde:
X es la población de la presa y Y la del predador

a es la taza de crecimiento de la presa
b es el pejucio recibido por la interacción con el predador
c es la taza de mortalidad del predador
d el beneficio de la interacción con la presa

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy$$
$$\frac{dy}{dt} = dxy - cy$$

3) Modelo de perturbación aleatoria

$$\frac{dY}{dt} = -\alpha Y + m\xi(t)$$

$\xi(t)$ es una función aleatorias que perturba el sistema iniciando los flujos de energía en el mismo.

4) Sistema EDO multidimensional

$$\frac{dp_j}{dt} = \frac{\varphi_R}{\Delta Q}(A_{j+1}p_{j+1} - A_j p_j) + \frac{\varphi_L}{\Delta Q}(A_j p_j - A_{j-1}p_{j-1})$$
$$+ \frac{1}{\Delta Q^2}(B_{j+1}p_{j+1} - 2B_j p_j + B_{j-1}p_{j-1})$$

El índice j toma valores desde 1 hasta n

4) Sistema en derivadas parciales multidimensional

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \sum_{l=1}^{m} A_l \frac{\partial p}{\partial x_l} + \frac{1}{2}\sum_{\substack{l=1\\j}}^{m} B_{lj} \frac{\partial^2 p}{\partial x_l \partial x_j} = 0$$